## Lektion 9: Anwendung der Formeln auf WASP-18b

Es ist natürlich möglich, jeden anderen der ca. 3700 Planeten aus der Datenbank der Transitplaneten <http://var2.astro.cz/ETD/index.php> zu nehmen. Probieren wir unsere Formeln an einem Beispiel aus:

**WASP-18b**

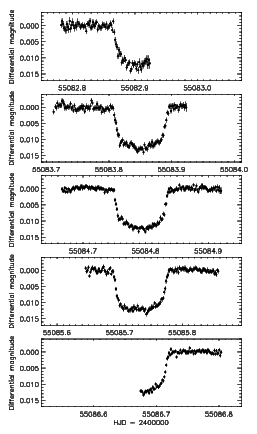
Im Jahr 2009 fanden Astronomen in den Daten des Satelliten WASP (Wide Angle Search for Planets) folgende Lichtkurven eines Sterns. Die Diagramme wird man auf jeden Fall projizieren, aber auch für die Teilnehmer kopieren, damit diese die Periode des Planeten bestimmen können. Mit 10 oder mehr Teilnehmern, lässt sich schon ein Mittelwert und eine Fehlerangabe ermitteln. Kommt im „normalen“ Physikunterricht sowie so zu kurz. Außerdem können die Teilnehmer hier überlegen, wie sie die Skalen interpolieren und die Werte umrechnen.

Abb. 9.1 Lichtkurven von WASP18b, <http://var2.astro.cz/ETD/index.php>

Die Zeit bzw. Datumsangabe bezieht sich auf das Julianische Datum. Unser Kalender mit den verschiedenen Kalenderreformen, Schalttagen und Schaltjahren ist für die Astronomen ein Graus, da keine durchgehende Zählung der Tage möglich ist, da im Oktober 1582 die Tage zwischen dem 4. Und 15. Oktober gestrichen wurden. Die Astronomen haben sich entschlossen die Tage einfach fortlaufend zu zählen, und zwar beginnend mit dem 1. Januar -4712 um 12 Uhr mittags. Für die Umrechnung des aktuellen Datums in die „astronomische Zählweise kann man den Kalenderrechner <https://www.warumwieso.de/Kalender-Berechnung.html> benutzen. In den Diagrammen werden die Tage, die seit den julianischen Datum 2400000 vergangen sind, angegeben, da sonst die Datumsangaben einfach zu lang werden.

Vergleichen wir mit dem, was wir bisher gesehen haben, so entspricht die Form der Lichtkurve genau dem, was wir bei einer Sternbedeckung durch einen Planeten erwarten würden. Warum können wir sicher sein, dass es sich um einen Planetentransit handelt? Die Antwort steht auf der y-Achse der Diagramme, wie wir abgeschätzt haben, nimmt die relative oder prozentuale Helligkeit nur um Bruchteile von einem Prozent ab. Das weist daraufhin, dass der bedeckende Körper sehr klein sein muss. Außer einem Planeten kämen noch ein weißer Zwerg, ein Neutronenstern oder ein schwarzes Loch in Frage. Um ganz sicher zu sein, dass es sich um einen Planeten handelt, müssen wir die Lichtkurve genauer auswerten. Theoretisch sollten wir aus den Lichtkurven die Umlaufzeit (Periode) des Objekts um seinen Stern entnehmen können, die Dauer der Bedeckung und die „relative“ Abnahme der Beleuchtungsstärke.

Bestimmen wir zuerst die Periode P aus den Diagrammen. Wie findet man die Periode? Die Periode findet man, indem man die Anfangs- und/oder Endzeiten der Transite in den einzelnen Bildern abliest, und den Mittelwert der so gemessenen Perioden bildet. Man kann natürlich auch noch mehr Zeitpunkte, z. B. die Mittelpunkte der Transite dazunehmen. Der Eintrag der Daten in ein Excelarbeitsblatt, das auch als Schülerarbeitsblatt verwendet werden könnte, ergibt P=0,94145d.

Zugleich können wir die Dauer von tF und tT bestimmen.

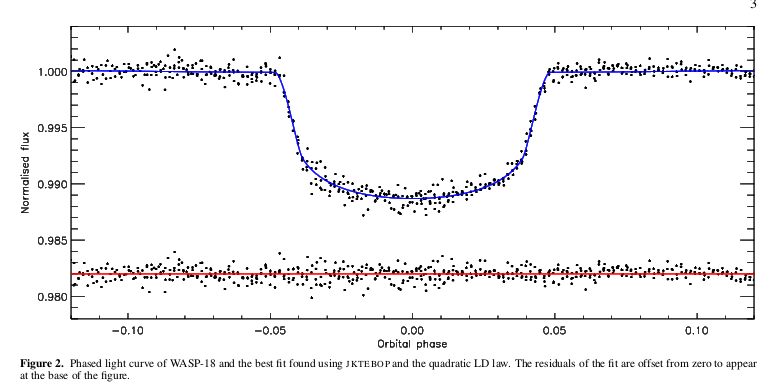
Im nächsten Bild sehen wir die Punkte der Lichtkurven alle übereinandergelegt, die gefalteten Lichtkurven. Die rote Linie unten gibt die Abweichungen der einzelnen Messpunkte vom „best fit“, also dem am besten angepassten Kurvenverlauf (blau), wieder, die sog. Residuen. Mit der Periode haben wir den ersten Parameter bestimmt. Für das weitere verwenden wir zuerst die folgenden Daten des Sterns WASP 18:

Abb. 9.2 gefaltete Lichtkurve von WASP 18b

Parallaxe:

Wellenlänge mit der größten Intensität:

Scheinbare Helligkeit: 9,3mag

Absolute Helligkeit der Sonne: 4,84mag

Aus der Parallaxe p lässt sich als erstes die Entfernung berechnen:

Entfernungsformel für Parallaxe (Anhang 0):

Für die Entfernung ergibt sich:

Damit bekommen wir über das Entfernungsmodul

die absolute Helligkeit M des Sterns WASP 18:

Mittelwert:

Sollten jemandem die Bezeichnungen spanisch vorkommen, bei Helligkeit gehört der kleine Wert zur größeren Helligkeit.

Für die Leuchtkräfte zweier Sterne mit den absoluten Helligkeiten M1 und M2 gilt:

Als „Vergleichsstern“ mit der Leuchtkraft L2 können wir die Sonne wählen.

Oder

Der Mittelwert der Leuchtkraft beträgt damit ungefähr . D. h. der Stern hat die eineinhalbfache Leuchtkraft der Sonne. Aus dem Verhältnis der Leuchtkräfte lässt sich auch noch die Masse des Sterns abschätzen.

Allerdings ist die Masse auch von der Leuchtkraftklasse des Sterns abhängig und der Wert des Exponenten liegt zwischen 3 und 4. Da für Sterne auf der Hauptreihe der Exponent näher bei 3 liegt, verwende ich 3.

Der Mittelwert für die Masse beträgt:

Bleibt als letztes noch der Radius des Sterns. Den bekommen wir wieder durch Vergleich der Leuchtkraft des Sterns mit der Sonne. Allerdings verwenden wir jetzt die sog. Leuchtkraftformel:

Um diese Formel benutzen zu können müssen wir noch die Oberflächentemperatur des Sterns bestimmen. Diese erhalten wir aus dem Wienschen Verschiebungsgesetz:

Der Mittelwert der Temperatur des Sterns liegt bei ca. 6400K.

Den Radius des Sterns bekommen wir, wie bereits verraten durch Vergleich mit der Sonne.

Nehmen wir es nicht zu genau . Damit gilt:

Welcher Wert für den Radius ist der sinnvollste? Da der Stern heißer ist als die Sonne und mehr Masse hat, sollte er auch einen größeren Radius haben. D. h. die ersten beiden Werte sind sehr wahrscheinlich nicht sinnvoll. Der Radius könnte als Mittelwert der beiden letzten Werte bei liegen.

Damit haben wir nun alle Daten zuerst mal zusammengetragen, die wir brauchen, um die Bahnparameter des Planeten zu bestimmen. Natürlich hätten wir viele dieser Daten in den astronomischen Datenbanken finden können, aber es ist auch interessant zu sehen, dass wir ohne ganz große Mathematik mit Integralen und Ableitungen auch auf „vernünftige“, Ergebnisse kommen.

Für den Bahnradius des Planeten haben wir in der letzten Lektion hergeleitet:

Als nächstes können wir in einer umfangreicheren Rechnung abschätzen. Für cos i haben wir in der letzten Lektion hergeleitet:

und

Gleichsetzen, ausmultiplizieren und nach auflösen liefert:

Da man für die Berechnung des Radius und der Inklination die Werte für und aus den Lichtkurven bestimmen muss, habe ich dazu ein einfaches Excelblatt „WASP-18 berechnen“ angelegt und dort die verschiedenen Mittelwerte berechnet.

Für den Radius erhält man aus meinen abgelesenen Daten als Mittelwert , was etwa 1,53 Jupiterradien entspricht.

Den Radius kann man auch aus der relativen Abnahme der Beleuchtungsstärke abschätzen, wie wir in der letzten Lektion hergeleitet haben:

Aus den Diagrammen ergibt sich für . Für den Radius ergeben sich mit den ermittelten Sternradien:

Unsere Abschätzungen ergeben also einen Planeten mit einem Radius, der irgendwo zwischen 1,2 und 1,5 Jupiterradien liegt. Der Planet ist also (deutlich) größer als Jupiter.

Als aller Letztes berechnen wir nun noch den Inklinationswinkel i des Planeten und den Impaktparameter b. Für die Inklination erhalten wir als Mittelwert .

Für den Impaktparameter b erhält man:

Das bedeutet, dass der Planet um rund ein Drittel des Sternradius ober- oder unterhalb der Sternmitte vorbeizieht.

Die „Profi“-Daten für WASP-18 findet man bei <http://exoplanet.eu/catalog/wasp-18_b/> . Der Vergleich der Ergebnisse zeigt, dass die von mir vorgenommene Auswertung noch verbessert werden sollte. Dafür habe ich aber auch nicht gemogelt, sondern die Daten wirklich abgelesen und interpoliert. Sollten Sie ihre Kursteilnehmer dazu motivieren können, diese Auswertung selbst durchzuführen. Haben Sie natürlich eine umfangreichere Datenbasis für die Mittelwerte.

Die Werte für die große Halbachse, den Radius, der Umlaufbahn bzw. legen nahe, dass der Planet gebunden um seinen Stern rotiert, ihm also immer die gleiche Seite zuwendet.

Damit lässt sich die Temperatur abschätzen, die an der „Oberfläche“ des Planeten durch die Sterneinstrahlung herrscht.

Die eingestrahlte Wärmeleistung durch den Stern beträgt:

da der Planet dem Stern immer nur eine Seite zuwendet. Nehmen wir an, dass sich die eingestrahlte Wärmeenergie in der Atmosphäre etwas verteilt, so strahlt der Planet über seine ganze Oberfläche ab.

Gleichsetzen und Auflösen nach liefert:

Einsetzen der verschiedenen, vernünftigen Sternradien und der Werte für die großen Halbachsen a liefert Temperaturen zwischen 2770K und 2870K, Temperaturen bei denen auch Gestein nur noch in geschmolzenem Zustand vorkommen würde. Wahrscheinlicher ist, dass es sich um einen riesigen Gasplaneten handelt. Die Atmosphäre des Planeten ist sehr heiß, und er ist deshalb größer als Jupiter, ein sog. heißer Jupiter. Wegen seiner Größe und der hohen Temperatur bietet dieser Planet sicher keine Umweltbedingungen für Leben wie wir es kennen.

Aus der Lichtkurve eines Transits können wir also die **Periode**, das heißt die Umlaufzeit des Planeten, und mit den Sterndaten auch seinen **Abstand zum Stern** bestimmen. Weiter erhalten wir die **Lage der Umlaufbahn** über ihren Neigungswinkel und den **Impaktparameter** und über die Dauer des Transits bzw. die relative Abnahme der Beleuchtungsstärke auch den **Radius des Planeten**. Außerdem können wir die **Temperatur** an der Oberfläche des Planeten abschätzen. Zum Abschluß kann man das System WASP-18 noch im Vergleich mit dem Sonnensystem zeigen: [WASP-18 b - NASA Science](https://science.nasa.gov/exoplanet-catalog/wasp-18-b/)